Maryan Smoluchowski

O pewnem zagadnieniu z teoryi sprężystości i o związku jego z wytworzeniem się gór fałdowych

W KRAKOWIE
NAKŁADEM AKADEMII UMIEJĘTNOŚCI
SKŁAD GŁÓWNY W KSIĘGARNI SPÓŁKI WYDAWNICZEJ POLSKIEJ
1909

Maryan Smoluchowski

O pewnem zagadnieniu z teoryi sprężystości i o związku jego z wytworzeniem się gór fałdowych

W KRAKOWIE
NAKŁADEM AKADEMII UMIEJĘTNOŚCI
SKŁAD GŁÓWNY W KSIĘGARNI SPÓŁKI WYDAWNICZEJ POLSKIEJ
1909

Osobne odbicie z T. XLIX. Ser. A. Rozpraw Wydziału matem.-przyr.
Akademii Umiejętności w Krakowie.

Kraków. — Odbito w Drukarni Uniwersytetu Jagiellońskiego pod zarządem J. Filipowskiego.

O pewnem zagadnieniu z teoryi sprężystości i o związku jego z wytworzeniem się gór fałdowych

przez

Maryana Smoluchowskiego.

Rzecz przedstawiona na posiedzeniu Wydz. mat.-przyr. dnia 7. czerwca 1909.

Punkt wyjścia niniejszej pracy stanowi zapytanie, w jaki sposób powstają góry fałdowe i czemu wielkie obszary ziemi pozostały niesfałdowane, co podnoszą często jako poważny zarzut przeciwko kontrakcyjnej teoryi tworzenia się gór. Przyjmuje się powszechnie, że wzniesienie gór fałdowych zostało wywołane przez ściśnięcie skorupy ziemskiej w kierunku poziomym, ale mechanizm tego zjawiska nie został dotychczas wytłómaczony. Nasuwa się oczywiście analogia z wygięciem pręta wskutek działania podłużnych sił ściskających; jak Euler wykazał, pręt taki wygnie się, przyjmując kształt zbliżony do sinusoidy o połowie długości fali, jeżeli siła owa przekroczy wartość $P = \pi^2 E\Theta/l^2$ (gdzie E moduł Younga, Θ moment bezwładności przekroju, l długość). Analiza matematyczna wskazuje też możliwość form o dwóch, trzech i t. d. wygięciach, odpowiadających sinusoidzie o dwóch, trzech i t. d. połowach fali; spotykamy często tego rodzaju rysunki w różnych podręcznikach (n. p. Saalschütz, Der belastete Stab, Leipzig 1880; Winkelmann, Handb. d. Physik, I, str. 576). Tymczasem wszystkie te formy znajdują się w równowadze nietrwałej, jak tego dowiodły nowsze badania Bryana, Kriemlera. Borna, więc w rzeczywistości pręt taki nie może przyjąć postaci o większej liczbie fałd. Jakiemu zatem czynnikowi należy przypisać trwałość owych form, tak często napotykanych w przyrodzie? Pewną wskazówkę daje nam znany

fakt, że skorupa ziemska znajduje się mniej więcej w równowadze izostatycznej, jak gdyby spoczywała na ciekłym podkładzie i przyjmowała formę równowagi pod wpływem ciężkości i parcia hydrostatycznego. Nasuwa się zatem pytanie, czy płyta, pływająca na ciekłym podkładzie, okazuje owe zjawiska fałdowania, gdy zostaje ściskana przez siły poziome. W celu rozwiązania tego zagadnienia opieramy się na równaniu Kirchhoffa, tworzącem fundament teoryi „cienkich płyt“; przyjmujemy niezależność deformacyi od spółrzędnej z i obliczamy moment obrotowy działający w przekroju odległym o długość x od początku spółrzędnych przy uwzględnieniu poziomej (t. j. w kierunku X działającej) siły P oraz pionowych (t. j. w kierunku Y działających) sił parcia hydrostatycznego $\varrho g y$. Różniczkując owo równanie dwa razy względem x, otrzymujemy:

$$D\frac{d^4y}{dx^4}+P\frac{d^2y}{dx^2}+\varrho g y=0,$$

gdzie D jest skróceniem dla wyrażenia $\frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$.

Przy rozwiązaniu trzeba rozróżnić dwa przypadki:

I) Jeżeli ciśnienie $P<2\sqrt{D\varrho g}$, płyta nie dozna żadnego wygięcia ani sfałdowania, z wyjątkiem jeżeli w jednym z końców działał pewien zewnętrzny moment obrotowy, lub jeżeli koniec wskutek działania zewnętrznych sił pionowych będzie wysunięty ponad poziom normalny. W takim razie powstanie zaburzenie fałdowe, ale tylko w najbliższem otoczeniu owego końca.

II) Jeżeli ciśnienie $P>2\sqrt{D\varrho g}$, może wystąpić fałdowanie w postaci sinusoidy. Ażeby wtedy rozstrzygnąć między różnemi pozornie możliwemi formami, trzeba zastosować kryterya trwałości równowagi. Te formy mianowicie odpowiadają równowadze trwałej, dla których potencyalna energia całego systemu mechanicznego jest minimum [1]). Z takich rozważań pokazuje się, że liczba k wygięć (pół fałd) zależna jest tylko od rozmiarów i jakości płyty, mianowicie jest to liczba całkowita określona przez związek:

$$-\tfrac{1}{2}+\sqrt{\tfrac{1}{4}+M^2}<k<\tfrac{1}{2}+\sqrt{\tfrac{1}{4}+M^2}$$

gdzie M oznacza stosunek

$$\frac{l}{\pi}\sqrt[4]{\frac{\varrho g}{D}}.$$

1) Bryan, Cambr. Phil. Soc. Proc. 6, 199, 287, (1889).

Dla stosunkowo długich płyt będzie zatem długość jednej fałdy przybliżenie:

$$\lambda = \frac{2\,l}{k} = 2\,\pi \sqrt[4]{\frac{D}{\varrho g}} \cdot$$

Ciśnienie P potrzebne do wywołania owego sfałdowania wynosi:

$$P = D\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 + \varrho g\left(\frac{\lambda}{2\pi}\right)^2,$$

co w razie długich płyt równa się przybliżenie owej wartości $P = 2\sqrt{D\,\varrho\,g}$. W razie większego ciśnienia boczne wygięcia wzrastają tak, że kształt fałd nie daje się już wyrazić przez zwykłą sinusoidę.

Rozwiązawszy tym sposobem powyższe zagadnienie, musimy jeszcze zastanowić się nad tem, czy da się ono zastosować do teoryi zjawiska, które tworzyło punkt wyjścia niniejszych rozważań, t. j. do sprawy powstania gór fałdowych. Dla usprawiedliwienia samego, założenia, że skorupę ziemską można porównać do płyty pływającej na podkładzie ciekłym, zauważymy najprzód, że Wiechert i inni geofizycy przypuszczają, na podstawie badań seismicznych, że ziemia składa się ze stałego jądra, oddzielonego cienką warstwą płynną od zewnętrznej skorupy. Ale nawet jeżeli zgodnie z zapatrywaniem obecnie najbardziej rozpowszechnionem, uznamy ziemię za ciało stałe, ale okazujące pewne ślady plastyczności, to skutek długotrwających sił górotwórczych musiałby być taki sam, jak gdyby wnętrze było ciekłe. Zewnętrzne warstwy są wprawdzie bardzo mało plastyczne, ale plastyczność musi nadzwyczajnie szybko wzrastać z głębokością wskutek wzrastania temperatury, a może też dzięki ciśnieniu. Wskutek tego skały zapewne już w głębokościach kilkunastu kilometrów zachowują się prawdzie względem krótkotrwałych odkształceń jak ciało sprężyste, ale do działania sił dostatecznie długotrwałych będą się przystosowywały, jak lepka ciecz.

Zastosowanie wzorów poprzednio otrzymanych daje nam zrazu wyniki na pozór niezgodne z rzeczywistością, gdyż dowodzą one, że „pływająca płyta“ piaskowca wogóle nie może doznać sfałdowania wskutek sił poziomych ,jeżeli grubość jej przekracza 80 metrów, ponieważ P nie może przejść poza wytrzymałość materyału; ale trudność tę możemy wyjaśnić, jeżeli uwzględnimy dążność do pęknięć

i przesunięć wzdłuż powierzchni warstwic, występującą w skałach warstwowanych. Jeżeli bowiem zastosujemy rachunek poprzedni do układu n warstw, którym dana jest możność przesuwania się wzdłuż warstwic, otrzymujemy wzory zupełnie analogiczne, tylko ze spółczynnikiem g w stosunku n zmniejszonym. Tak n. p. może wystąpić fałdowanie w układzie jedynastu warstw piaskowcowych, o łącznej grubości 10 km., a długość fałd będzie 23 km.; są to wyniki odpowiadające już dość dobrze stosunkom w przyrodzie napotykanym.

Istnienie wielkich obszarów niesfałdowanych łatwo tedy wytłómaczyć, przyjmując, że tam siła P jest mniejsza, lub że warstwy skorupy ziemskiej tak są ze sobą zrośnięte, że przesunięcia styczne wzdłuż warstwic nie mogą tam wystąpić. Zauważyć należy wreszcie, że nawet jednolita płyta skały o strukturze warstwowej (jak łupki, gneisy i t. p.) może się rozdzielić na szereg cieńszych płyt, wskutek równoległych pęknięć poziomych, jeżeli dozna dostatecznie wielkiego przegięcia. Może się zatem zdarzyć, że taka płyta, początkowo tworząc masę zupełnie spojoną, przez ciśnienia poziome nie da się żadnym sposobem sfałdować, natomiast gdy wskutek jakichbądź sił pionowych zostanie przegięta w pewnem miejscu, wówczas od tego miejsca rozchodzić się będzie coraz dalej postępujące zjawisko poziomego pękania i następnego fałdowania się. W przyrodzie zjawiska te będą odbywały się niewątpliwie w sposób bardziej zawiły, zwłaszcza wskutek pewnej plastyczności skał, która z czasem przeistacza owe deformacye sprężyste w odkształcenia trwałe; ale taki uproszczony, schematyczny obraz może już również ułatwić nam zrozumienie mechanizmu górotwórczego.

Rozprawy Wydziału matematyczno-przyrodniczego Akademii Umiejętności. Serya III. Tom 5. Dział A.

Ogólnego zbioru tom 45 A.

S. Kępiński: Całkowanie równania $\frac{\partial^2 j}{\partial \xi^2} - \frac{1}{\xi} \frac{\partial j}{\partial t} = 0$ (str. 1—10). — S. Niementowski i M. Seifert: Nowe dwuchinolyle (str. 11—18). — S. Zaremba: Ogólne rozwiązanie zagadnienia Fouriera (str. 19—118). — T. Godlewski: Aktyn i jego produkta (4 ryc.) (str. 119—132). — S. Niementowski: Kondensacya kwasu antranilowego z benzoyloctanem etylowym (str. 133—144). — St. Opolski: Wpływ światła i ciepła na chlorowanie i bromowanie homologów tiofenu. Część II. str. 145—155). — A. Witkowski: O rozszerzalności wodoru (5 ryc. i 2 tabl.): (str. 156—193). — K. Olszewski: Dalsze próby skroplenia helu (str. 194—198). — K. Olszewski: Przyczynek do oznaczenia punktu krytycznego wodoru (str. 199—205). — K. Zakrzewski i K. Kraft: O kierunkach głównych w cieczach, łamiących światło podwójnie wskutek ruchu (11 ryc.) (str. 206—220). — Tadeusz Godlewski: O niektórych promieniotwórczych własnościach uranu (str. 221—237). — W. Baczyński i St. Niementowski: Dwuoksyakrydon i jego pochodne (str. 238—255). — L. Marchlewski i Wł. Matejko: Studya nad biksyną. Część I. (1 tabl.) (str. 256—264). — W. Dziewulski: Wiekowe perturbacye Marsa w ruchu Erosa (str. 265—310). — Sprostowanie do pracy S. Zaremby: Ogólne rozwiązanie zagadnienia Fouriera (str. 311).

Rozprawy Wydziału matematyczno-przyrodniczego Akademii Umiejętności. Serya III. Tom 6. Dział A.

Ogólnego zbioru tom 46 A.

M. Sabat: Wpływ promieni radu na przewodnictwo elektryczne elektrolitów (str. 1—6). — G. Gittelmacher-Wilenko: O hippokoprosterynach (str. 7—10). — E. Romer: Epoka lodowa na Świdowcu (3 tabl., i 8 ryc., str. 11—82). — S. Niementowski: Oksychinakrydyna i florchinyl (str. 83—98). — S. Niementowski: O azoacetanilidzie (str. 99—102). — W. Friedberg: Zagłębie mioceńskie Rzeszowa. Część II (1 mapka oryentacyjna, str. 103—128). — M. Smoluchowski: O drodze średniej cząsteczek gazu i o związku jej z teoryą dyfuzyi (str. 129—140). — K. Ciesielski: O kilku pochodnych cyanku p-ksylylu (str. 141—146). — E. Blumenfeld: O orto-tolyloetylaminie (str. 147—152). — J. Latkowski: O wpływie białka surowicy krwi na jej punkt marznięcia (str. 153—164). — W. Arnold: O nowej reakcyi nitroprusydkowej moczu (str. 165—170). — A Ehrenpreis: O działaniu żelazocyanku potasowego na sole dwuazoniowe (str. 171—180. — W. Żłobicki: Pomiary napięcia powierzchniowego metodą małych baniek (21 ryc., str. 181—132). — J. Kozak: O niektórych pochodnych orto- i parabutylotoluoli trzeciorzędnych (str. 232—242). — T. Nowosielski: O kondensacyi piperylu z aldehydem benzoesowym i amoniakiem (str. 243—250). — Z. Weyberg: Kryształy klasy bisfenoidu tetragonalnego (1 tabl., str. 251—256). — M. Smoluchowski: Zarys teoryi kinetycznej ruchów Browna i roztworów mętnych (str. 257—282). — L. Bruner: Przyczynek do teoryi działania siarkowodoru na sole metali ciężkich (str. 283—290). — J. Merunowicz i J. Zaleski: Redukcya pochodnych barwika krwi zapomocą Zn i HCl (str. 291—294). — J. Morozewicz: O metodzie oddzielania potasu i sodu w postaci chloroplatynianów (str. 295—302). — Errata (str. 303).

Rozprawy Wydziału matematyczno-przyrodniczego Akademii Umiejętności. Serya III. Tom 7. Dział A.

Ogólnego zbioru tom 47 A.

M. Smoluchowski: Przyczynek do teoryi ruchów cieczy lepkich, zwłaszcza zagadnień dwuwymiarowych (5 ryc., str. 1—16). — W. Humnicki: O kondensacyi acetoguanaminy z aldehydami aromatycznymi (str. 17—20). — A. Bolland: O gwajakowej reakcyi oksyhemoglobiny (str. 21—42). — H. Merczyng: Bieg cieczy w ru-

rociągach przy znacznem przecięciu żyły ciekłej i znacznej chyżości (str. 43—62). — L. Grabowski: O błędach fizyologicznych przy pomiarach astronomicznych zapomocą mikrometrów okkultacyjnych (str. 63—84). — A. Bolland: O aloinowej reakcyi oksyhemoglobiny (str. 87—90). — K. Kling: O aldehydzie para-tolylo-octowym i jego pochodnych (str. 91—98). — Z. Thullie: Zjawiska diamagnetyzmu a teorya elektronów (str. 99—116). — St. Niementowski: Kondensacya kwasu antranilowego z benzoyloctanem etylowym (str. 117—134). — L. Bruner i St. Tołłoczko: O szybkości rozpuszczania ciał stałych (część druga z 2 tablicami w tekście) (str. 135—152). — Władysław Żłobicki: Wpływ radu na przewodnictwo elektryczne roztworów koloidowych (z ryciną w tekście) (str. 153—166). — K. Zakrzewski: O analizatorze eliptycznym półcieniowym (z 2 rycinami w tekście), (str. 167—178). — M. Smoluchowski: Teorya kinetyczna opalescencyi gazów w stanie krytycznym oraz innych zjawisk pokrewnych (str. 179—198). — Henryk Merczyng: Podręcznik matematyczny szkół polskich za Zygmunta III-go (z 3 rysunkami), (str. 199—218). — Jan Lewiński: Utwory jurajskie t. zw. »pasma Sulejowskiego« (z jedną ryciną), (str. 219—244).

Rozprawy Wydziału matematyczno-przyrodniczego Akademii Umiejętności.

Serya III. Tom 8. Dział A.

Ogólnego zbioru tom 48 A.

J. Lewiński: Pasmo przedborskie (z tablicą I) (str. 1—28). — Z. Motylewski: Dwuhydrooksychinoksalin i jego pochodne (str. 29—42). — J. Bielecki: O trójaldehydzie mezytylenowym (1. 3. 5-trójmetylalbenzenie) (str. 43—46). — J. Bielecki i A. Koleniew: O wpływie grup metylowych na własności farbierskie barwników zasadowych trójfenylmetanowych (str. 47—60). — J. Browiński: O obecności kwasów proteinowych we krwi (str. 61—74). — K. Jabłczyński: Kataliza w układzie niejednolitym; rozkład chlorku chromawego przy blaszce platynowej (str 75—106). — M. Dziurzyński: O międzycząsteczkowej przemianie dwufenylhydrazofenylu pod wpływem chlorowodoru w rozczynie benzolowym (str. 107—118). — K. Olszewski: Skraplanie gazów. Szkic historyczny (z tablicami II, III i IV) (str. 119—142). — Z. Klemensiewicz: Chlorek antymonawy jako rozczynnik ionizujący (z 5 rys.) (str. 143—164). — K. Jabłczyński: Kinetyka reakcyj następczych; redukcya kwasu chromowego przez kwas szczawiowy (str. 165—168). — F. Kamieński: Nowe ułatwienie w badaniach mikroskopowych i mikrofotografii stereoskopowej (stolik wahający się) (z 2 rys.) (str. 169—180). — A. Korczyński: O solach anormalnych (z 1 rys.) (str. 181—194). — J. Buraczewski i T. Koźniewski: Jodowe pochodne strychniny i brucyny (str. 195—200). — K. Kling: O alkoholach tolyloetylowych (str. 201—206). — K. Jabłczyński: Zależność pomiędzy szybkością mieszania a szybkością reakcyi w układach niejednolitych (str. 207—210). — St. Bądzyński i W. Humnicki: Badania ilościowe nad zachowaniem się w ustroju salolu oraz glicerydu dwustearylo-salicylowego (str. 211—224). — G. G. Wilenko i Z. Motylewski: O działaniu sodu na cholesterynę w wyskoku amylowym (str. 225—229).

Rozprawy Wydziału mat.-przyrod. wychodzą od r. 1901 w dwóch działach

A. (nauki matematyczno-fizyczne), B. (nauki biologiczne).

Każdy dział będzie wychodził w zeszytach, obejmujących o ile możności cały materyał posiedzenia miesięcznego Wydziału (których jest 10 do roku), w całych arkuszach druku z ciągłą paginacyą. Z końcem roku dołączona zostanie do ostatniego zeszytu każdego działu karta tytułowa i spis prac w tomie zawartych. Bez względu na możliwą ilość materyału, zawartego w tomie, ilość rycin lub tablic, cena tomu z działu A. wynosić będzie 8 kor., a z działu B. 10 kor. rocznie — w Królestwie Polskiem dział A. 3 rs., a dział B. 4 rs. rocznie.

Skład główny; na Galicyę: — Księgarnia Spółki wydawniczej w Krakowie, na Królestwo Polskie: Księgarnia Gebethnera i Wolffa w Warszawie.